

Índice general

1. Introducción	1
I Funciones especiales y matrices aleatorias	7
2. Funciones especiales	11
2.1. Introducción	11
2.2. Las funciones Gamma y Beta de Euler	12
2.3. Ecuaciones diferenciales ordinarias lineales de segundo orden	14
2.4. La ecuación hipergeométrica de Gauss	18
2.5. Funciones de Airy y de Bessel	19
2.6. Funciones de Painlevé	24
2.7. Polinomios ortogonales en la recta real	27
2.8. Problemas de tipo Riemann–Hilbert	30
3. Análisis asintótico	35
4. Matrices aleatorias	45
4.1. Introducción	45
4.2. Autovalores y estructura de determinante	50
4.3. Medidas de equilibrio	54
4.4. Universalidad	60
4.5. Función de partición y energía libre	63
Bibliografía	67

II Nuevas tendencias en análisis asintótico com-

plejo con aplicaciones en ecuaciones funcionales	77
5. Motivación y ejemplos iniciales	83
6. Desarrollos asintóticos y sumabilidad	101
7. Algunas consideraciones al respecto de los desarrollos asintóticos y sumabilidad	113
7.1. Más allá del crecimiento Gevrey	114
7.2. Desarrollos asintóticos generales	115
7.3. Resultados de tipo Maillet y polígono de Newton	120
7.4. Ecuaciones con parámetros	123
Bibliografía	124

Índice de figuras

2.1.	Gráfica de funciones de Bessel de primera y segunda especie de orden 0, 1, 2.	21
2.2.	Gráfica de las funciones de Airy $Ai(x)$ y $Bi(x)$ en el eje real.	22
2.3.	Contorno Σ y matrices de salto del problema Riemann–Hilbert para las funciones de Airy.	32
3.1.	Errores absolutos entre la serie divergente e I_2 para $x = 1$, $x = 10$, $x = 20$, $x = 50$ (de izquierda a derecha y de arriba a abajo).	38
3.2.	Gráfica de $h(x, t) = e^{-xt} \cos t$, para diferentes valores de x	40
3.3.	Gráfica de la función $e^{-x(u-\log u)}$, con diferentes valores de x	40
4.1.	Histograma de autovalores de una matriz GUE (con un escalado de $N^{-1/2}$) con tamaño $N = 100, 200, 400, 800$ (de izquierda a derecha y de arriba abajo). En rojo, la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{4 - x^2}$	47
4.2.	En color negro (líneas primera y tercera), 50 y 100 puntos generados de forma (pseudo)aleatoria en MATLAB, en color azul (líneas segunda y cuarta) autovalores de una matriz GUE de tamaño 50×50 y 100×100	47
4.3.	Densidad de la medida de equilibrio en el caso de potencial cuártico (4.11) cuando $t = -1$ (izquierda), $t = -2$ (centro) y $t = -3$ (derecha).	59
5.1.	Curva en \mathbb{C}^2	85
5.2.	El conjunto S_δ	92
5.3.	El conjunto $S(d - \frac{\pi}{2}, d + \frac{\pi}{2})$ para $d = \pi/4, 5\pi/6$	96
6.1.	Prolongación de $\hat{\mathcal{B}}_k \hat{f}$ (izquierda), dominio de su transformada de Laplace, $k = 4$	107

6.2. Esquema de iteraciones Borel y Laplace para multisumabilidad de dos niveles.	110
7.1. Polígono de Newton asociado a (7.7) (izquierda), a (7.8) (centro), y a (7.9) (derecha)	122